

Liebe Schülerinnen und Schüler,



Hier sind die Aufgaben der dritten Runde. Wir freuen uns, wenn möglichst viele Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufen 5 bis 9 daran teilnehmen!

### Wichtige Hinweise:

**Aufgrund der Schulschließung wird natürlich das Abgabedatum der ersten drei Runden verschoben! Alle Aufgaben der ersten drei Runden müssen erst am Dienstag nach den Osterferien abgegeben werden. Gebt dann bitte neben den Angaben: Name, Klasse auch die jeweilige Runde der Mathe-Olympiade an, also z.B.: *Monika Wittkamp, Kl. 17, Runde 3***

- Bitte schreibe auf jeden Lösungszettel gut lesbar deinen Vor- und Nachnamen, deine Klasse und die Namen und Klassen deiner eventuellen Teammitglieder! (maximal Dreierteams sind erlaubt)
- Die Lösungen müssen erst nach den Osterferien abgegeben werden. Ihr könnt sie aber auch gerne schicken an [wittkamp@kepler-gymnasium.de](mailto:wittkamp@kepler-gymnasium.de)
- Du darfst zum Lösen der Aufgaben einen Taschenrechner und andere Hilfsmittel benutzen. Wichtig ist aber, dass man erkennt, wie du zu deinen Lösungen gelangt bist. Besonders schöne Lösungswege werden mit Sonderpunkten honoriert.

## Jahrgangsstufe 5 und 6

(Frau Wittkamp)

In dieser dritten Runde der Mathematikolympiade geht es in Aufgabe 1 um arithmetische Muster und Strukturen und in Aufgabe 2 um das Formulieren mit algebraischen Mitteln.

**Aufgabe 1:** Auf einer Reise in die norwegische Gebirgswelt kommt Frau Wittkamp an einen wilden und eiskalten Gletscherfluss. Da sie keine Brücke sieht, muss sie über die im Wasser hintereinander angeordneten Steine zum gegenüberliegenden Ufer springen. Zum Glück liegen die Steine ziemlich dicht, sodass Frau Wittkamp entweder von einem Stein zum nächsten oder gleich zum übernächsten Stein springen kann.

- a) Gehe zuerst davon aus, dass sich 3 Steine im Wasser befinden. Dann gibt es für Frau Wittkamp folgende Möglichkeiten:
1. Möglichkeit: Stein 1, dann Stein 2, dann Stein 3 (und dann ans gegenüberliegende Ufer ;-)
  2. Möglichkeit: Stein 1, dann Stein 2, dann direkt zum Ufer (denn sie kann auch auf den übernächsten Stein gelangen bzw. einen Stein überspringen)
  3. Möglichkeit: Stein 1, dann Stein 3, Ufer
  4. Möglichkeit: Stein 2, dann Stein 3, Ufer
  5. Möglichkeit: Stein 2, dann ans gegenüberliegende Ufer
- Bei 3 Steinen gibt es also 5 Möglichkeiten"

**Überlege dir jetzt, wie viele Möglichkeiten Frau Wittkamp hat den Fluss zu überqueren, wenn 0 bis 6 Steine im Fluss liegen und gib deine Ergebnisse in der unten stehenden Tabelle an.**

| Anzahl der Steine | Anzahl der Möglichkeiten |
|-------------------|--------------------------|
| 0                 |                          |
| 1                 |                          |
| 2                 |                          |
| 3                 | 5                        |
| 4                 |                          |
| 5                 |                          |
| 6                 |                          |

- b) Vergleiche die Anzahl der Möglichkeiten mit zunehmender Anzahl der Steine. Schreibe deine Entdeckung auf und ergänze die Tabelle mit Hilfe deiner Entdeckung auf 10 Steine.

**Aufgabe 2:** Jetzt darfst du selbst ein wenig hüpfen. Male mit einem Stück Kreide 14 Hüpffelder, die kreisförmig im Uhrzeigersinn angeordnet sind auf den Boden. (Das geht natürlich auch auf einem Blatt Papier ☺)

- a) Markiere dir nun ein Startfeld (z.B. ganz unten) und hüpf von dort im Uhrzeigersinn von Feld zu Feld.
- 1) Lege beim Hüpfen in jedes dritte Feld einen kleinen Hüpfstein (Spielfigur). Gib an, nach wie viel Runden du in jedes Feld genau einen Hüpfstein gelegt hast.
  - 2) Anschließend beginnst du von neuem: entferne erst alle Steine und lege dann in jedes vierte Feld einen Stein. Kannst du nun auch in jedem Feld mindestens einen Stein ablegen? Begründe deine Antwort.
- b) Lege nun in jedes fünfte Feld, (entferne dann wieder alle Hüpfsteine) und danach in das sechste Feld einen Hüpfstein ab und gib an, wie viele Runden du jeweils benötigst, bis du in jedem Feld mindestens einen Stein abgelegt hast. Kannst du eine Regelmäßigkeit erkennen?

## Jahrgangsstufe 7 bis 9

In dieser dritten Runde der Mathematikolympiade geht es um dieselben Themen, allerdings sollt ihr Gesetzmäßigkeiten erkennen und formulieren.

**Aufgabe 1:** Bearbeite zunächst die Aufgabe 1 der Stufe 5 und 6. Die Anzahlen der verschiedenen Flussüberquerungen sind Teil einer Folge eines sehr berühmten Mathematikers.

a)  $A(n)$  ist die Anzahl der Möglichkeiten für  $n$  Hüpfsteine.

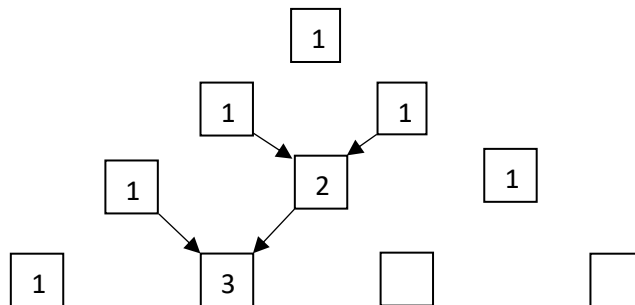
1) Begründe ausgehend von der Tabelle mit 10 Steinen die Gültigkeit des Zahlenmusters:

$$A(n+2) = A(n+1) + A(n), \quad A(0) = 1, A(1) = 2$$

$$\text{Beispiel: } A(6) = A(5) + A(4) = 13 + 8 = 21.$$

2) Gib noch drei weitere Eigenschaften der Zahlenfolge an.

b) Die Folge kann auch mit Hilfe des Pascalschen Dreiecks berechnet werden. Erinnerst du dich? Wenn du das Pascaldreieck noch nicht kennst: Die Ränder bestehen rechts und links immer aus der Ziffer 1. Die Glieder dazwischen werden wie im Beispiel gebildet. Den Anfang habe ich dir schon gemacht. So wird das Dreieck immer breiter. (Du darfst auch googlen 😊)



Vervollständige die obige Figur und ergänze das Dreieck um 6 weitere Reihen. Suche nun im Dreieck die Glieder der Zahlenfolge. Schreibe auf oder zeichne (markiere, wie man sie erhält).

**Aufgabe 2:** Lies dir die Aufgabe 2 der Jahrgangsstufe 5 und 6 durch.

a) Bearbeite zunächst die Aufgabe 2 der Jahrgangsstufe 5 und 6.

b) Erkunde, welche Regelmäßigkeiten für das Setzen von Steinen bei Kreisen mit 12, 13, 15, 16, ... Feldern gelten und suche nach Begründungen. *TIPP: Es gibt einen Zusammenhang mit der Teilbarkeit der Felder und Hüpfsteine.*