

Liebe Schülerinnen und Schüler,

nun ist es wieder soweit: Die **40. Mathematikolympiade** unserer Schule geht in die erste Runde. Wir freuen uns, wenn möglichst viele Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufen 5 bis 9 daran teilnehmen!



### Wichtige Hinweise:

**Aufgrund der Schulschließung wird natürlich das Abgabedatum der ersten drei Runden verschoben! Alle Aufgaben der ersten drei Runden müssen erst am Dienstag nach den Osterferien abgegeben werden. Gebt dann bitte neben den Angaben: Name, Klasse auch die jeweilige Runde der Mathe-Olympiade an, also z.B.: *Christiane Glöckner, Kl. 17, Runde 1***

- Bitte schreibe auf jeden Lösungszettel gut lesbar deinen Vor- und Nachnamen, deine Klasse und die Namen und Klassen deiner eventuellen Teammitglieder! (maximal Dreierteams sind erlaubt)
- Die Lösungen sollten immer bis spätestens dienstags, 14 Uhr in den Briefkasten im PZ (1. Obergeschoss) geworfen werden!
- Du darfst zum Lösen der Aufgaben einen Taschenrechner und andere Hilfsmittel benutzen. Wichtig ist aber, dass man erkennt, wie du zu deinen Lösungen gelangt bist. Besonders schöne Lösungswege werden mit Sonderpunkten honoriert.

## Jahrgangsstufe 5 und 6

(Frau Glöckner)

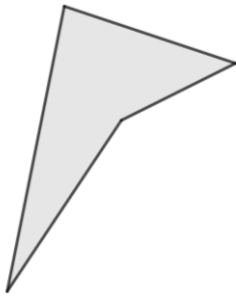
In dieser ersten Runde der Mathematikolympiade geht es um ebene Vielecke und Figuren, die aus Vielecken zusammengesetzt sind.

### Aufgabe 1

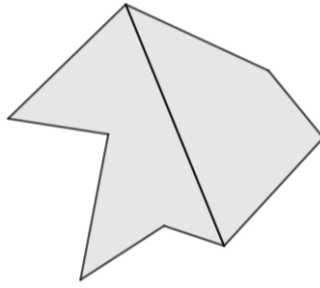
Ein Vieleck (auch Polygon genannt) ist eine ebene Figur mit mindestens 3 Eckpunkten, die durch Strecken (= Seiten) mit den benachbarten Ecken verbunden sind. Also z.B. ein Dreieck, Viereck, Fünfeck, Zehneck usw. Die Seiten müssen nicht gleichlang sein und die Ecken dürfen auch „einspringen“, siehe Figur 1 (d.h. die Winkel an den Ecken dürfen auch überstumpf sein).

- a) Übertrage die nebenstehende Tabelle auf dein Arbeitsblatt und lasse Platz für einige weitere Zeilen. Zeichne nun ein beliebiges Fünfeck, Achteck und Zwölfeck. Zähle die Ecken und Seiten und ergänze die Ergebnisse in deiner Tabelle (Zeile 2 bis 4)
- b) Betrachte nun die Figuren 2 bis 5 auf diesem Aufgabenblatt, die aus mehreren Flächen zusammengesetzt sind. Zähle die Ecken, Seiten und Flächen/Gebiete der Figuren 2 bis 5 und übertrage deine Ergebnisse in die Tabelle.

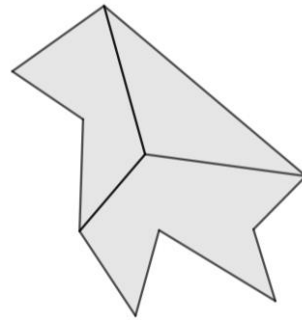
Figur	Anzahl der Flächen (F)	Anzahl der Ecken (E)	Anzahl der Seiten (S)
Viereck ( <i>Figur 1</i> )	1	4	4
Fünfeck	1		
Achteck	1		
Zwölfeck	1		
<i>Figur 2</i>	2		
<i>Figur 3</i>			
<i>Figur 4</i>			
<i>Figur 5</i>			
( <i>Aufgabe 2a (1)</i> )			
...			
...			



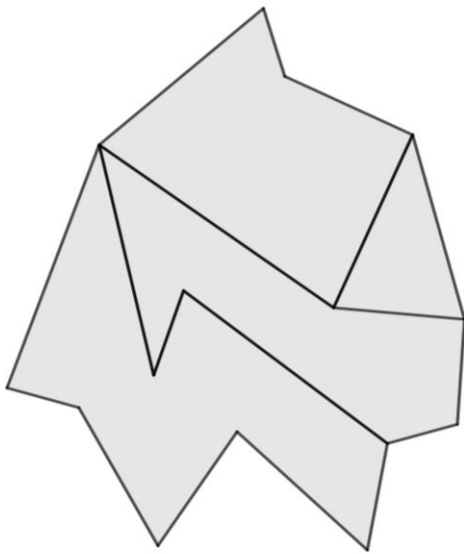
Figur 1



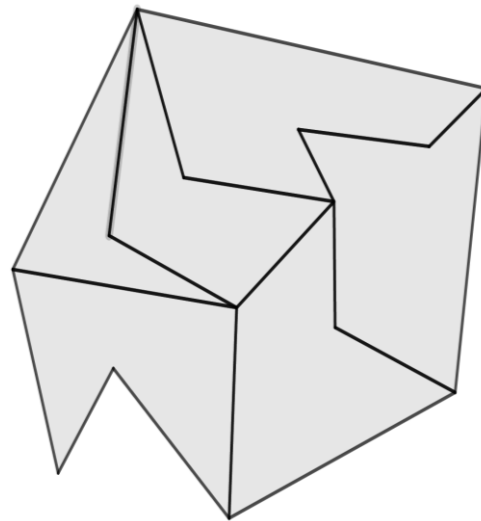
Figur 2



Figur 3



Figur 4



Figur 5

## Aufgabe 2

- c) (1) Zeichne auf dein Arbeitsblatt eine beliebige Figur, die aus 4 Vielecken und 11 Ecken besteht und ergänze die Anzahl der Flächen, Ecken und Seiten in der Tabelle (Zeile 9).  
(2) Verfahre genauso mit einer Figur, die aus 4 Vielecken und 16 Ecken besteht und ergänze die Anzahl der Flächen, Ecken und Seiten in der 10. Zeile deiner Tabelle.  
(3) Zeichne mindestens eine beliebige andere Figur, zähle die Flächen, Ecken und Seiten und ergänze in deiner Tabelle.
- a) Erkennst du einen Zusammenhang zwischen der Anzahl der Flächen, Ecken und Seiten einer Figur, die aus Vielecken zusammengesetzt ist? Tipp: Ergänze in deiner Tabelle eine Spalte, in der du Anzahl der Flächen und Ecken zusammenzählst ( $F+E$ ). Kannst du nun vorhersagen, wie viele Seiten eine Figur haben wird, die aus 100 Vielecken und 120 Ecken besteht?

In dieser ersten Runde der Mathematikolympiade geht es bei euch Punktmengen und Distanzen = Abstände.

Punkte in einer Ebene können beliebig weit voneinander entfernt sein, doch gibt es nur eine begrenzte Anzahl von Punktmengen, die exakt ein oder zwei oder drei bestimmte Distanzen von jedem anderen Punkt der Menge entfernt sind. So sind beispielsweise 2 bestimmte Punkte genau eine Distanz voneinander entfernt (siehe Abbildung 1). Jede der 3 Ecken eines gleichseitigen Dreiecks haben jeweils denselben Abstand zu den beiden anderen Punkten (siehe Abbildung 2). Diese beiden Punktmengen (*Abbildung 1 und 2*) sind die einzigen mit nur einer Distanz.

Bei einem **Quadrat gibt es 2 verschiedene Distanzen** (siehe Abbildung 3): Die Seiten AB, BC, CD und DA sind alle gleichlang und die gestrichelt gezeichneten Diagonalen sind beide gleichlang, aber länger als die 4 Seiten und daher gibt es in dieser Punktmenge 2 verschiedene Distanzen. Der Schnittpunkt der Diagonalen gehört übrigens nicht zur Punktmenge. Betrachtet wird immer nur eine bestimmte Anzahl von Punkten und deren Abstände untereinander. Dabei muss darauf geachtet werden, dass man wirklich alle Abstände berücksichtigt: Von jedem Punkt muss der Abstand zu allen anderen Punkten der Punktmenge betrachtet werden.

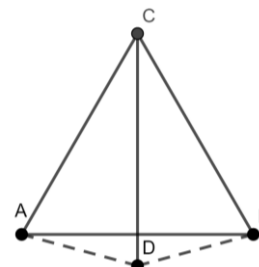
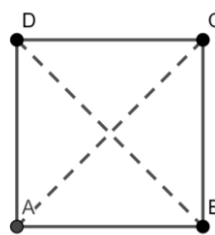
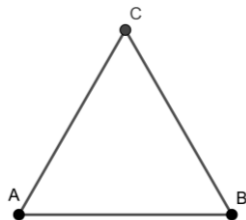


Abbildung 1      Abbildung 2

Abbildung 3

Abbildung 4

**Aufgabe 1 Punktmengen mit genau 2 Distanzen**

- a) Das Quadrat (*Abbildung 3*) und die Figur in *Abbildung 4* sind Beispiele für **Punktmengen mit genau 2 verschiedenen Distanzen**. Finde und zeichne 2 weitere Figuren mit genau 2 verschiedenen Distanzen. Färbe gleiche Distanzen mit gleicher Farbe.
- b) Finde und zeichne mindestens 2 weitere Beispiele für Figuren mit genau 2 verschiedenen Distanzen. (Hinweis: es gibt insgesamt genau 8 verschiedene Figuren mit genau 2 Distanzen)

## Aufgabe 2 Punktmengen aus 4 Punkten mit genau 3 Distanzen

In *Abbildung 5* siehst du ein Beispiel für eine Punktmenge mit genau 3 Distanzen. Davon gibt es sehr, sehr viele Möglichkeiten. Daher schränken wir die Bedingungen weiter ein:

Gesucht sind Punktmenge, die aus genau 4 Punkten und 3 Distanzen bestehen. Zusätzlich soll gelten: Eine Distanz soll dreimal vorkommen, eine zweimal und eine weitere nur einmal. Genau diese Bedingungen sind auch im Beispiel in der *Abbildung 5* erfüllt: durchgezogene Linien haben gleiche Längen und kommen dreimal vor, gestrichelte Linien haben gleiche Längen und kommen zweimal vor, die gepunktete Linie kommt einmal vor.

Finde und zeichne mindestens 4 weitere Punktmenge mit diesen Eigenschaften. Färbe wieder gleiche Distanzen mit gleicher Farbe. (Es gibt mindestens 12 solcher Punktmenge).

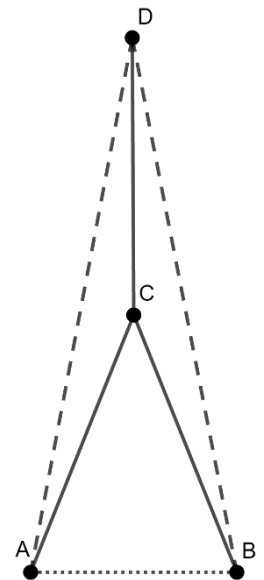


Abbildung 5

**Abgabe: voraussichtlich Dienstag,  
21. April 2020  
14.15 Uhr**